

**Primo recupero di Analisi II (primi 5 crediti) per Ingegneria Elettronica      Compito (A)**  
**28-11-05**

Gli studenti che sostengono il presente esame ed avranno la verbalizzazione di Analisi III, qualora debbano sostenere anche Complementi I, **non possono** portare il programma di Complementi I dello scorso anno. Per sapere quale programma portare si guardi la mia pagina web: [www.mat.uniroma2.it/perfetti](http://www.mat.uniroma2.it/perfetti) e poi Ingegneria Elettronica 2005/2006.

**Problema n.1**

Un filo massivo di densità  $\delta(x, y) = \delta_0(|x| + |y|)$  è disposto lungo il grafico della funzione  $f(x) = x - 3$   $-1 \leq x \leq 4$ . Si calcoli la massa del filo.

**Problema n.2**

Sia dato il paraboloido ellittico  $z = -x^2 - 4y^2$ . Si calcoli il flusso del campo vettoriale  $\underline{F}(\underline{x}) = \frac{1}{2}x\underline{i} + \frac{1}{8}x\underline{j} + (z - 8y - 4)\underline{k}$  attraverso la *superficie laterale* del parabolide compresa fra i piani  $z = 0$  e  $z = 2x + 8y + 4$

**Problema n.3**

1.1) Si consideri la funzione dispari, periodica di periodo minimo, che nell'intervallo  $[0, 3]$  è data da  $f(x) = (x-1)^2$ . Se ne scriva la serie di Fourier e si dica se converge uniformemente su tutta la retta. Alternativamente si individui almeno un insieme in cui la convergenza non è uniforme.

1.2) Si consideri la funzione pari, periodica di periodo minimo, che nell'intervallo  $[0, 2]$  è data da  $f(x) = (x-1)^2$ . Se ne scriva la serie di Fourier e si dica se converge uniformemente su tutta la retta. Alternativamente si individui almeno un insieme in cui la convergenza non è uniforme.

Relativamente a 1.1), si consideri la serie di Fourier con  $x$  ristretta all'insieme  $E = \{-3, 0, 3\}$ . Si dica se la serie converge uniformemente o puntualmente in  $E$  (motivare la risposta; risposte immotivate non verranno prese in considerazione).

**Problema n.4**

Si risolva la seguente equazione differenziale 
$$\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{xx} & 0 < x < 2 \\ u(0, t) = u(2, t) = 0 & \forall t, u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$
 e  $\varphi(x) = x(2 - x)$

**Problema n.5**

Si risolva la seguente equazione differenziale 
$$\begin{cases} u_t = c^2 u_{xx} & 0 < x < 2 \\ u(0, t) = u(2, t) = 0 & \forall t, u(x, 0) = \varphi(x) \end{cases}$$
  $\varphi(x) = x(2 - x)$

$$\int x^2 \sin ax dx = \frac{2ax \sin ax + 2 \cos ax - a^2 x^2 \cos ax}{a^3}; \quad \int x \sin ax dx = \frac{\sin ax - ax \cos ax}{a^2}$$

$$\int x^2 \cos ax dx = \frac{2ax \cos ax - 2 \sin ax + a^2 x^2 \sin ax}{a^3}; \quad \int x \cos ax dx = \frac{\cos ax + ax \sin ax}{a^2}$$

**Primo recupero di Analisi II (primi 5 crediti) per Ingegneria Elettronica      Compito (B)**  
**28-11-05**

Gli studenti che sostengono il presente esame ed avranno la verbalizzazione di Analisi III, qualora debbano sostenere anche Complementi I, **non possono** portare il programma di Complementi I dello scorso anno. Per sapere quale programma portare si guardi la mia pagina web: [www.mat.uniroma2.it/perfetti](http://www.mat.uniroma2.it/perfetti) e poi Ingegneria Elettronica 2005/2006.

**Problema n.1**

1) Un filo massivo di densità  $\delta(x, y) = \delta_0(|x| + |y|)$  è disposto lungo il grafico della funzione  $f(x) = x - 4$   $-1 \leq x \leq 5$ . Si calcoli la massa del filo.

**Problema n.2**

Sia dato il paraboloido ellittico  $z = -4x^2 - 9y^2$ . Si calcoli il flusso del campo vettoriale  $\underline{F}(\underline{x}) = \frac{5}{4}x_i - \frac{1}{9}x_j + (z - 18y - 12)\underline{k}$  attraverso la *superficie laterale* del parabolide compresa fra i piani  $z = 0$  e  $z = 8x + 18y + 12$

**Problema n.3**

1.1) Si consideri la funzione dispari, periodica di periodo minimo, che nell'intervallo  $[0, 4]$  è data da  $f(x) = (x - 1)^2 + 2$ . Se ne scriva la serie di Fourier e si dica se converge uniformemente su tutta la retta. Alternativamente si individui almeno un insieme in cui la convergenza non è uniforme.

1.2) Si consideri la funzione pari, periodica di periodo minimo, che nell'intervallo  $[0, 4]$  è data da  $f(x) = (x - 2)^2$ . Se ne scriva la serie di Fourier e si dica se converge uniformemente su tutta la retta. Alternativamente si individui almeno un insieme in cui la convergenza non è uniforme.

Relativamente a 1.1), si consideri la serie di Fourier con  $x$  ristretta all'insieme  $E = \{-3, 0, 3\}$ . Si dica se la serie converge uniformemente o puntualmente in  $E$  (motivare la risposta; risposte immotivate non verranno prese in considerazione).

**Problema n.4**

Si risolva la seguente equazione differenziale 
$$\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{xx} & 0 < x < 3 \\ u(0, t) = u(3, t) = 0 & \forall t, u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \psi(x) \end{cases}$$
 e  $\psi(x) = x(3 - x)$

**Problema n.5**

Si risolva la seguente equazione differenziale 
$$\begin{cases} u_t = c^2 u_{xx} & 0 < x < 3 \\ u(0, t) = u(3, t) = 0 & \forall t, u(x, 0) = \varphi(x) \end{cases}$$
  $\varphi(x) = x(3 - x)$

$$\int x^2 \sin ax dx = \frac{2ax \sin ax + 2 \cos ax - a^2 x^2 \cos ax}{a^3}; \quad \int x \sin ax dx = \frac{\sin ax - ax \cos ax}{a^2}$$

$$\int x^2 \cos ax dx = \frac{2ax \cos ax - 2 \sin ax + a^2 x^2 \sin ax}{a^3}; \quad \int x \cos ax dx = \frac{\cos ax + ax \sin ax}{a^2}$$

**Primo recupero di Analisi II (primi 5 crediti) per Ingegneria Elettronica      Compito (C)**  
**28-11-05**

Gli studenti che sostengono il presente esame ed avranno la verbalizzazione di Analisi III, qualora debbano sostenere anche Complementi I, **non possono** portare il programma di Complementi I dello scorso anno. Per sapere quale programma portare si guardi la mia pagina web: [www.mat.uniroma2.it/perfetti](http://www.mat.uniroma2.it/perfetti) e poi Ingegneria Elettronica 2005/2006.

**Problema n.1**

1) Un filo massivo di densità  $\delta(x, y) = \delta_0(|x| + |y|)$  è disposto lungo il grafico della funzione  $f(x) = x + 3$   $-4 \leq x \leq 1$ . Si calcoli la massa del filo.

**Problema n.2**

Sia dato il paraboloido ellittico  $z = -x^2 - 9y^2$ . Si calcoli il flusso del campo vettoriale  $\underline{F}(\underline{x}) = -2x\underline{i} + \frac{1}{3}x\underline{j} + (z - 18y - 9)\underline{k}$  attraverso la *superficie laterale* del parabolide compresa fra i piani  $z = 0$  e  $z = 2x + 18y + 9$

**Problema n.3**

1.1) Si consideri la funzione dispari, periodica di periodo minimo, che nell'intervallo  $[0, 2]$  è data da  $f(x) = (2x - 1)^2 + 1$ . Se ne scriva la serie di Fourier e si dica se converge uniformemente su tutta la retta. Alternativamente si individui almeno un insieme in cui la convergenza non è uniforme.

1.2) Si consideri la funzione pari, periodica di periodo minimo, che nell'intervallo  $[0, 4]$  è data da  $f(x) = (x - 2)^2 + 2$ . Se ne scriva la serie di Fourier e si dica se converge uniformemente su tutta la retta. Alternativamente si individui almeno un insieme in cui la convergenza non è uniforme.

Relativamente a 1.1), si consideri la serie di Fourier con  $x$  ristretta all'insieme  $E = \{-2, 0, 2\}$ . Si dica se la serie converge uniformemente o puntualmente in  $E$  (motivare la risposta; risposte immotivate non verranno prese in considerazione).

**Problema n.4**

Si risolva la seguente equazione differenziale 
$$\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{xx} & 0 < x < 1 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & \forall t, u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$
 e  $\varphi(x) = x(1 - x)$

**Problema n.5**

Si risolva la seguente equazione differenziale 
$$\begin{cases} u_t = c^2 u_{xx} & 0 < x < 1 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & \forall t, u(x, 0) = \varphi(x) \end{cases}$$
  $\varphi(x) = x(1 - x)$

$$\int x^2 \sin ax dx = \frac{2ax \sin ax + 2 \cos ax - a^2 x^2 \cos ax}{a^3}; \quad \int x \sin ax dx = \frac{\sin ax - ax \cos ax}{a^2}$$

$$\int x^2 \cos ax dx = \frac{2ax \cos ax - 2 \sin ax + a^2 x^2 \sin ax}{a^3}; \quad \int x \cos ax dx = \frac{\cos ax + ax \sin ax}{a^2}$$

**Primo recupero di Analisi II (primi 5 crediti) per Ingegneria Elettronica      Compito (D)**  
**28-11-05**

Gli studenti che sostengono il presente esame ed avranno la verbalizzazione di Analisi III, qualora debbano sostenere anche Complementi I, **non possono** portare il programma di Complementi I dello scorso anno. Per sapere quale programma portare si guardi la mia pagina web: [www.mat.uniroma2.it/perfetti](http://www.mat.uniroma2.it/perfetti) e poi Ingegneria Elettronica 2005/2006.

**Problema n.1**

1) Un filo massivo di densità  $\delta(x, y) = \delta_0(|x| + |y|)$  è disposto lungo il grafico della funzione  $f(x) = x + 4 - 5 \leq x \leq 1$ . Si calcoli la massa del filo.

**Problema n.2**

Sia dato il paraboloido ellittico  $z = -4x^2 - 16y^2$ . Si calcoli il flusso del campo vettoriale  $\underline{F}(\underline{x}) = -3x\underline{i} + x\underline{j} + (z - 32y - 19)\underline{k}$  attraverso la *superficie laterale* del parabolide compresa fra i piani  $z = 0$  e  $z = 8x + 32y + 19$

**Problema n.3**

1.1) Si consideri la funzione dispari, periodica di periodo minimo, che nell'intervallo  $[0, 3]$  è data da  $f(x) = (x-2)^2$ . Se ne scriva la serie di Fourier e si dica se converge uniformemente su tutta la retta. Alternativamente si individui almeno un insieme in cui la convergenza non è uniforme.

1.2) Si consideri la funzione pari, periodica di periodo minimo, che nell'intervallo  $[0, 2]$  è data da  $f(x) = (x-1)^2 + 2$ . Se ne scriva la serie di Fourier e si dica se converge uniformemente su tutta la retta. Alternativamente si individui almeno un insieme in cui la convergenza non è uniforme.

Relativamente a 1.1), si consideri la serie di Fourier con  $x$  ristretta all'insieme  $E = \{-2, 0, 2\}$ . Si dica se la serie converge uniformemente o puntualmente in  $E$  (motivare la risposta; risposte immotivate non verranno prese in considerazione).

**Problema n.4**

Si risolva la seguente equazione differenziale 
$$\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{xx} & 0 < x < 4 \\ u(0, t) = u(4, t) = 0 & \forall t, u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \psi(x) \end{cases}$$
 e  $\varphi(x) = x(4-x)$

**Problema n.5**

Si risolva la seguente equazione differenziale 
$$\begin{cases} u_t = c^2 u_{xx} & 0 < x < 4 \\ u(0, t) = u(4, t) = 4 & \forall t, u(x, 0) = \varphi(x) \end{cases}$$
  $\varphi(x) = x(4-x)$

$$\int x^2 \sin ax dx = \frac{2ax \sin ax + 2 \cos ax - a^2 x^2 \cos ax}{a^3}; \quad \int x \sin ax dx = \frac{\sin ax - ax \cos ax}{a^2}$$

$$\int x^2 \cos ax dx = \frac{2ax \cos ax - 2 \sin ax + a^2 x^2 \sin ax}{a^3}; \quad \int x \cos ax dx = \frac{\cos ax + ax \sin ax}{a^2}$$